

Nome(a): .....

20/12/2017

1. [2, 4pts] Seja  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  uma transformação linear definida por

$$(x, y, z, t) \mapsto (x - y + z + t, x + 2z - t, x + y + 3z - 3t).$$

Encontre bases para (a) a imagem de  $T$ ; (b) O núcleo de  $T$  e no item (c) Verifique o teorema do núcleo e da imagem.

2. [2, 8pts] Em cada item faça o que se pede ou, se for uma afirmação, verifique se é falsa ou verdadeira e justifique com uma demonstração ou um contra-exemplo.

a) Determine  $L : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  linear tal que  $L(1, 3) = (11, 1)$  e  $L(2, 5) = (19, 3)$ .

b) Determine a reflexão  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  em torno da reta  $y = 5x$ .

c) Sejam  $u, v \in V$ ,  $V$  é um espaço vetorial munido de um produto interno. Se  $|\langle u, v \rangle| = \|u\| \|v\|$ , então  $u, v$  são linearmente dependentes.

d) Se  $T : V \rightarrow W$  é uma transformação linear injetora, então  $T$  leva conjunto de vetores LI em conjunto de vetores LI.

3. [2, 4pts] Considere a matriz simétrica

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(a) Encontre os autovalores de  $A$ ;

(b) Encontre os autoespaços associados a cada um dos autovalores e determine uma base de cada autoespaço;

(c) O conjunto de todas as matrizes ortogonais  $P$  que diagonalizam  $A$  é um conjunto finito?

4. [2, 4pts] Identifique a cônica definida pela equação

$$ax^2 - 2xy + ay^2 + 2x = 0.$$

em termos dos possíveis valores de  $a \in \mathbb{R}$ . Em cada caso, encontre a equação na forma padrão.

**Boa Prova!!!**