

Álgebra I - GAN 00155

Prof. Jones Colombo – sala04 GAN 4ª andar, email: jones.colombo@gmail.com e o meu site: <http://www.professores.uff.br/jcolombo/>

68 horas semestrais

1. Relação de Equivalência

1.1 Relação de equivalência. Classe de equivalência. Partição em subconjuntos disjuntos e relação de equivalência.

1.2 Conjunto Quociente.

2. Anéis

2.1 Definição, exemplos: $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, $\mathbb{Z}[\sqrt{2}]$, $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$, $\mathbb{Z}[i]$, $\mathbb{Q}(i)$.

2.2 Unicidade do elemento neutro, do simétrico. Outras propriedades.

2.3 Anéis com unidade, divisores de zero, anéis comutativos, domínios e corpos.

2.4 Subanel. Corpo de frações de um domínio.

2.5 Polinômios com coeficientes em anéis comutativos com unidade ($\mathbb{Z}[x]$, $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{R}[x]$, $\mathbb{C}[x]$).

2.6 Anéis ordenados. Anéis bem ordenados.

3. O domínio bem ordenado dos inteiros.

3.1 Indução (1ª forma). Indução (2ª forma).

3.2 Divisão euclidiana. Sistemas de numeração.

4. Ideais em anéis comutativos com unidade.

4.1 Divisibilidade em anéis comutativos. Propriedades da divisibilidade. Máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum.

4.2 Ideais em anéis comutativos com unidade. Ideais principais. Domínios principais.

4.3 $\mathbb{Z}$ é um domínio principal. Ideais e o mdc em domínios principais.

4.4 Domínios principais e a fatoração única.

5. O domínio principal $\mathbb{Z}$.

5.1 Teorema Fundamental da Aritmética (TFA), mdc e mmc usando TFA.

5.2 $\mathbb{Z}$ tem uma infinidade de números naturais primos, Crivo de Eratóstenes.

5.3 Algoritmo de Euclides e a resolução de $ax + by = n$, com $a, b \in \mathbb{Z}$ não-ambos nulos e $n \geq 2$.

6. Congruências módulo n .

6.1 Propriedades da congruência módulo n . Critérios de divisibilidade.

6.2 O anel $\mathbb{Z}_n$. Os invertíveis de $\mathbb{Z}_n$. A função ϕ de Euler. O corpo $\mathbb{Z}_p$, com p primo.

6.3 A equação $ax \equiv b \pmod{n}$.

7. Homomorfismos de anéis comutativos com unidade.

7.1 Propriedades. Núcleo e imagem.

7.2 Isomorfismo. Homomorfismo característico e a característica de um domínio. $\mathbb{Z}$, a menos de isomorfismo, é o único domínio bem ordenado.

Bibliografia:

- Curso de Álgebra, Volume 1, Abramo Revez, Coleção Matemática Universitária, SBM, 2ª edição, 2004.
- Introdução à Álgebra, Adilson Gonçalves, Projeto Euclides, IMPA, 2000.
- Números - Uma Introdução à Matemática, César Polcino Milies e Sônia Pitta Coelho, EDUSP, 2000.
- Álgebra, Amílcar Pacheco

Avaliação:

P1- 02/05, P2 – 25/06, VR - 27/06 e VS - 04/07

$M1 = \frac{1}{2}$ (Soma das duas maiores notas entre P1,P2 e VR). Os critérios para aprovação são os seguintes:

Se $M1 < 4,0$ Reprovado;

Se $4,0 \leq M1 < 6,0$ Precisa fazer a VS e para ser aprovado $VS \geq 6,0$.

Se $M1 \geq 6,0$ Aprovado;