# CEC00121 - Tópicos Especiais em Pesquisa Operacional I

## Aula Prática 1

Samuel Campos

Instituto de Ciências da Sociedade e Desenvolvimento Regional- Universidade Federal Fluminense (ESR/UFF)

*samuelcampos@id.uff.br*

2 de setembro de 2018

# Tópicos

1. Formulação matemática
2. Formulação do Modelo em Uma Planilha
3. Modelagem no Lingo
4. Modelagem no Xpress IVE

Section 1

# Formulação matemática

## Exemplo 1

- Um fabricante produz bicicletas e motonetas. Cada uma delas deve ser processada em duas oficinas.
- A oficina 1 tem um máximo de 120 horas disponíveis e a oficina 2 tem um máximo de 180 horas disponíveis
- A fabricação de uma bicicleta requer 6 horas na oficina 1 e 3 horas na oficina 2.
- A fabricação de uma motoneta requer 4 horas na oficina 1 e 10 horas na oficina 2.
- O lucro é de R$45,00 por bicicleta e de R$ 55,00 por motoneta.
- Represente o modelo matemático de maximização do lucro.

## Exemplo 1

A tabela abaixo sintetiza os dados.

| Oficina | Tempo de produção por unidade<br>Produtos<br>Bicicleta | <br><br>Motoneta | Tempo de produção disponível por semana (em horas) |
|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 4 | 120 |
| 2 | 3 | 10 | 180 |
| Lucro/un. | 45,00 | 55,00 | |

## Solução

Fazendo $x_1 =$ número de bicicletas e $x_2 =$ número de motonetas, temos o modelo

### Solução

Fazendo $x_1$ = número de bicicletas e $x_2$ = número de motonetas, temos o modelo

Maximize $Z = 45x_1 + 55x_2$
$6x_1 + 4x_2 \leq 120$
$3x_1 + 10x_2 \leq 180$
$x_1, x_2 \geq 0$

Section 2

# Formulação do Modelo em Uma Planilha

# Formulação do modelo em uma planilha

- Quais são as decisões a serem tomadas?
- Quais são as restrições sobre essas decisões?
- Qual é a medida de desempenho global?

# Formulação do Modelo em Uma Planilha

| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | **O problema da Fábrica de Bicicletas e Motos** | | | | | |
| 2 | | | | | | | |
| 3 | | Bicicleta | Motos | | | | |
| 4 | Lucro por produto | R$ 45,00 | R$ 55,00 | | | | |
| 5 | | | | | | | |
| 6 | | Horas utilizadas por lote | | Horas utilizadas | | Horas disponíveis | |
| 7 | Oficina 1 | 6 | 4 | 120 | <= | 120 | |
| 8 | Oficina 2 | 3 | 10 | 180 | <= | 180 | |
| 9 | | | | | | | |
| 10 | | Bicicleta | Motos | | | Lucro Total | |
| 11 | Un. Produzidas | 10 | 15 | | | R$ 1.275,00 | |
| 12 | | | | | | | |
| 13 | | | | | | | |

Figura 1: Planilha para o problema do mix de produtos

Na Figura 1, em azul os parâmetros, em laranja a decisão a ser tomada e em verde a medida de desempenho global

# Formulação do Modelo em Uma Planilha

| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | O problema da Fábrica de Bicicletas e Motos | | | | | | |
| 2 | | | | | | | |
| 3 | | Bicicleta | Motos | | | | |
| 4 | Lucro por produto | R$ 45,00 | R$ 55,00 | | | | |
| 5 | | | | | | | |
| 6 | | Horas utilizadas por lote | | Horas utilizadas | | Horas disponíveis | |
| 7 | Oficina 1 | 6 | 4 | 120 | <= | 120 | |
| 8 | Oficina 2 | 3 | 10 | 180 | <= | 180 | |
| 9 | | | | | | | |
| 10 | | Bicicleta | Motos | | | Lucro Total | |
| 11 | Un. Produzidas | 10 | 15 | | | R$ 1.275,00 | |
| 12 | | | | | | | |
| 13 | | | | | | | |

Figura 2: Planilha para o problema do mix de produtos

Na Figura 2, observe que o “Lucro Total ”é formado por uma função entre a quantidade produzida (quantidade de decisão) e o lucro por unidade. As horas utilizadas é formada de forma equivalente.

# Ativando o Solver

## Clique em Arquivo / Opções / Suplementos

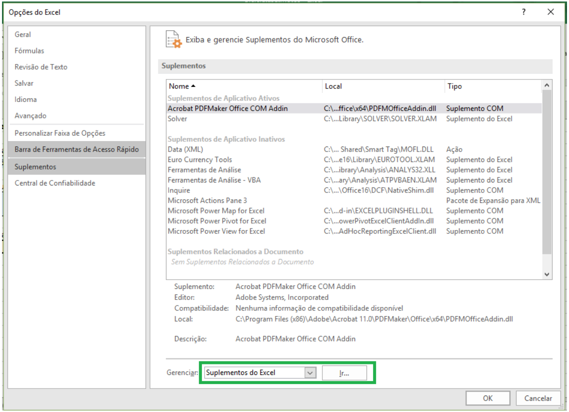


Figura 3: Ativando o Solver

# Ativando o Solver

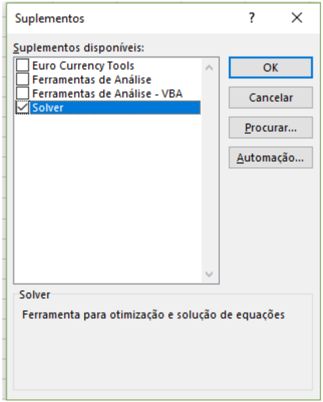


Figura 4: Ativando o Solver

Selecione “Solver ”, como na Figura 4, e clique em “OK ”

# Definindo as restrições no solver

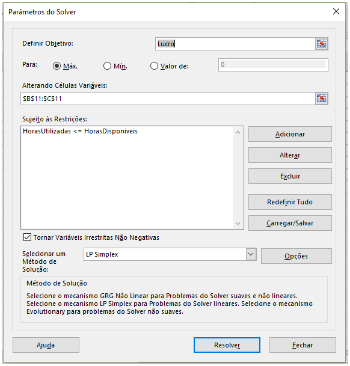


Figura 5: Definindo as restrições do problema

- Selecione a célula para a medida de desempenho global em "Definir Objetivo "
- Defina o objetivo como "Max ", "Min "ou um valor específico selecionando "Valor de "
- Adicione as restrições clicando em "Adicionar "

Section 3

# Modelagem no Lingo

# Modelagem no Lingo

- A Sintaxe Lindo é semelhante à utilizada para representar os problema matematicamente;

## Exemplo Sintaxe Lindo

MAX Lucro) 45 X1 + 55 X2
Subject to
Oficina1) 6 X1 + 4 X2 <= 120
Oficina2) 3 X1 + 10 X2 <= 180
!Para incluir comentários no modelo utilize "! "antes do texto
END

A palavra Lucro antes do parentes é opcional, mas ela determina ao programa que a quantidade maximizada deve ser chamada Lucro no relatório de soluções.

# Modelagem no Lingo

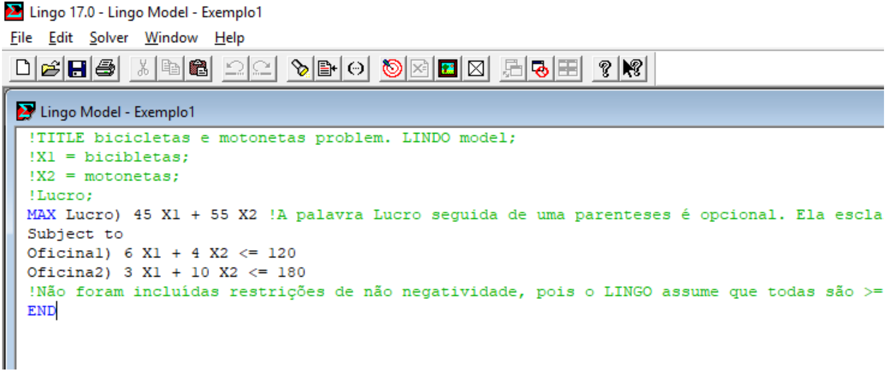


Figura 6: Janela do LINGO 17.0

Após escrever seu modelo, basta clicar em 

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              1275.000
Infeasibilities:                              0.000000
Total solver iterations:                             2
Elapsed runtime seconds:                          8.43

Model Class:                                        LP

Total variables:                      2
Nonlinear variables:                  0
Integer variables:                    0

Total constraints:                    3
Nonlinear constraints:                0

Total nonzeros:                       6
Nonlinear nonzeros:                   0

                              Variable           Value        Reduced Cost
                                    X1        10.00000            0.000000
                                    X2        15.00000            0.000000

                                   Row    Slack or Surplus      Dual Price
                                 LUCRO        1275.000            1.000000
                              OFICINA1        0.000000            5.937500
                              OFICINA2        0.000000            3.125000
```

Figura 7: Janela do resultado no LINGO 17.0

O valor ótimo é indicado por “Objective value: 1275.000”e pelas quantidades de $X1 = 10.000$ e $X2 = 15.00$ na Figura 7

Section 4

# Modelagem no Xpress IVE

- Permite importar dados externos;
- Escrever de forma compacta o modelo;
- Usaremos somatórios;

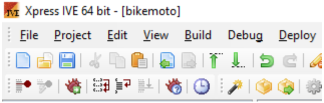


Figura 8: Janela no Xpress IVE

Para iniciar um novo trabalho clique em na Figura 8

# Modelagem no Xpress

$$
\begin{array}{lllll}
\text{Max } Z = & 45x_1 & 55x_2 & & \Rightarrow & \sum_{p=1}^{2} c_p \cdot x_p & & \\
\text{s.a} & 6x_1 & +4x_2 & \leqslant 120 & \Rightarrow & \sum_{p=1}^{2} a_{1p} \cdot x_p & \leqslant & b_1 \\
 & 3x_1 & +4x_2 & \leqslant 180 & \Rightarrow & \sum_{p=1}^{2} a_{2p} \cdot x_p & \leqslant & b_2 \\
 & x_1, & x_2 & \leqslant 0 & & & &
\end{array}
$$

em que $p = 1, 2$ é o número de produtos;

# Modelagem no Xpress

```
model "BikeMoto "
uses "mmxprs "; !declara para o programa que será resolvido um problema
linear
!sample declarations section
declarations
MACH = 1..2 ! Conjunto de Oficinas
PRODS = 1..2 ! Conjunto de produtos
CAP: array(MACH) of integer !Capacidade das oficinas
DUR: array(MACH,PRODS) of integer ! Horas necessárias para a
produção
LUC: array(PRODS) of integer ! Lucro por produto
use: array(PRODS) of mpvar !
end-declarations
```

# Modelagem no Xpress

```
initializations from "bikemoto.dat"
DUR CAP LUC
end-initializations
! Objetivo: Maximizar o lucro
Lucro := sum(p in PRODS) LUC(p)*use(p)
!Limite de processamento de cada oficina
forall(m in MACH) sum(p in PRODS) DUR(m,p)*use(p) <= CAP(m)
! Resolve o problema
maximize(Lucro)
```

# Modelagem no Xpress

```
! Data file for `bikemoto.mos'

CAP: [120 180]

DUR:  [ 6 4
        3  10 ]

LUC: [45
       55]
```

Figura 9: Arquivo bikemoto.dat

# Exemplo 2

## Exemplo 2

A Wyndor Class Co. reformulou seu mix de produção, criando 2 novos produtos que podem ser produzidos em 3 de suas fábricas

**Produto 1:** porta de vidro de 2,5m com esquadria de alumínio

**Produto 2:** janela duplamente adornada com esquadrias de madeira de 1,2m x 1,8m

- O produto 1 requer parte da capacidade produtiva das fábricas 1 e 3.
- O produto 2 deve ser produzido nas fábricas 2 e 3.
- A empresa pode vender tanto quando for possível produzir.

Pelo fato de ambos os produtos competirem pela capacidade de produção da fábrica 3 não está claro qual o mix dos 2 produtos deve ser mais lucrativo.

## Exemplo 2

A equipe de PO, por meio de discussões com a direção da empresa definiu o problema:

- Determinar quais devem ser as *taxas de produção* para ambos os produtos, de modo a *maximizar o lucro total*, sujeito às restrições impostas pela capacidade produtiva limitada disponível nas 3 fábricas

## Exemplo 2

A equipe de PO também identificou os dados que precisam ser coletados:

1. Número de horas de produção disponível por semana em cada fábrica.
2. Numero de horas de produção usada em cada fábrica para cada lote produzido.
3. Lucro por lote produzido de cada novo produto, uma vez que a equipe concluiu que o incremento do lucro de cada lote adicional produzido é mais ou menos constante.

## Exemplo 2

A Tabela sintetiza os dados reunidos

| Fábrica | Tempo de produção por lote (horas) Produtos 1 | 2 | Tempo de produção disponível por semana (em horas) |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 4 |
| 2 | 0 | 2 | 12 |
| 3 | 3 | 2 | 18 |
| Lucro/lote | 3.000 | 5.000 | |

## Solução - Exemplo 2

Definimos as variáveis de escolha:

- $x_1$ = quantidade de lotes do produto 1 produzido semanalmente
- $x_2$ = quantidade de lotes do produto 2 produzido semanalmente

e o indicador que desejamos maximizar,

- $Z$ = lucro total por semana (em milhares de reais) obtido pela produção desses dois produtos.

## Solução - Exemplo 2

Em linguagem matemática:

Maximizar $Z = 3x_1 + 5x_2$,
sujeito a:

$$
\begin{aligned}
x_1 \quad\quad\;\; &\leq 4 \\
2x_2 &\leq 12 \\
3x_1 + 2x_2 &\leq 18 \\
x_1 \geq 0,\ x_2 &\geq 0
\end{aligned}
$$

(Ver resolução no LINGO 15)